ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σελ. σχολ. βιβλίου 150.
Α2. Θεωρία σελ. σχολ. βιβλίου 87.
Α3. Θεωρία σελ. σχολ. βιβλίου 14.
Α4. **α. Σ** **β. Λ** **γ. Σ** **δ. Σ** **ε. Λ.**

ΘΕΜΑ Β

Β1.

$$f'(x)=\frac{1}{3}\cdot 3x^2-\frac{5}{2}\cdot 2x+6=x^2-5x+6$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0,\ x=2 \text{ ή } x=3$$

Για $x=2$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το $f(2)=\frac{11}{3}$

Για $x=3$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο το $f(3)=\frac{7}{2}$

x	$-\infty$	2		3		$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	0	+	
$f(x)$	↗		↘		↗	
		Τ.Μ.		Τ.Ε.		

Β2. $f(0)=-1,\ f'(0)=6$

Τότε $y-f(x_0)=f'(x_0)\cdot(x-x_0)$ ή $y-f(0)=f'(0)\cdot(x-0)$

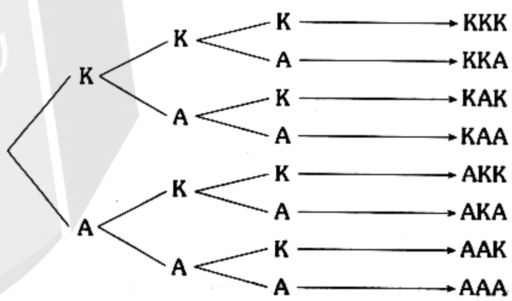
ή $y+1=6x$ ή $y=6x-1$

Β3. Το όριο $\lim\limits_{x\to -1}\frac{f'(x)-12}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-5x+6-12}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-5x-6}{x+1}=$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}(x-6)}{\cancel{x+1}}=-1-6=-7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Άρα $\Omega = \{KKK, KKA, KAK, KAA, AKK, AKA, AAK, AAA\}$, άρα $N(\Omega) = 8$

Γ2.

$A = \{KAA, KAK, KKA, KKK\}$

$B = \{AKK, KAK, KKA, KKK\}$

$\Gamma = \{AAA, AAK, KKA, KKK\}$

Γ3.

α) $\Delta = A \cap B = \{KAK, KKA, KKK\}$

$P(\Delta) = \dfrac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{8}$

$E = A \cup B = \{KAA, AKK, KAK, KKA, KKK\}$

$P(E) = \dfrac{N(E)}{N(\Omega)} = \dfrac{5}{8}$

$Z = \Gamma - E = \{AAA, AAK\}$

$P(Z) = \dfrac{N(Z)}{N(\Omega)} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

β) $H: P\left[(A \cup B)'\right] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - \dfrac{5}{8} = \dfrac{3}{8}$

Επειδή τα ενδεχόμενα $A - B$, $B - A$ είναι ασυμβίβαστα, τότε ισχύει ο απλός προσθετικός νόμος, οπότε

$\Theta: P\left[(A - B) \cup (B - A)\right] = P(A - B) + P(B - A) =$

$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2 \cdot P(A \cap B) =$

$= \dfrac{4}{8} + \dfrac{4}{8} - 2 \cdot \dfrac{3}{8} = 1 - \dfrac{6}{8} = \dfrac{1}{4}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Οι κλάσεις έχουν τη μορφή $[8, 8+c)$, $[8+c, 8+2c)$, $[8+2c, 8+3c)$, $[8+3c, 8+4c)$

Τότε $\dfrac{8+c+8+2c}{2} = 14 \Leftrightarrow \dfrac{16+3c}{2} = 14 \Leftrightarrow c = 4$

Δ2.

Για $c = 4$, οι κλάσεις είναι : $[8,12)$, $[12,16)$, $[16,20)$, $[20,24)$

Και οι κεντρικές τιμές : $x_1 = 10$, $x_2 = 14$, $x_3 = 18$, $x_4 = 22$

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{\nu}x_i\nu_i}{\nu}=\frac{x_1\nu_1+x_2\nu_2+x_3\nu_3+x_4\nu_4}{\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4}=\frac{200+210+180+22\cdot\nu_4}{20+15+10+\nu_4}=14\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\frac{590+22\nu_4}{45+\nu_4}=14\Leftrightarrow 8\nu_4=40\Leftrightarrow \nu_4=5$$

Χρόνος σε λεπτά	x_i	ν_i	$x_i-\bar{x}$	$\left(x_i-\bar{x}\right)^2$	$\left(x_i-\bar{x}\right)^2\cdot\nu_i$
$[8,12)$	10	20	-4	16	320
$[12,16)$	14	15	0	0	0
$[16,20)$	18	10	4	16	160
$[20,24)$	22	5	8	64	320
Σύνολο		50			800

Δ3.

Τουλάχιστον 9 λεπτά σημαίνει ότι οι υπολογιστές έκαναν πάνω από 9 λεπτά και επειδή οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, αυτό αντιστοιχεί στις συχνότητες $\frac{3}{4}\cdot\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4=\frac{3}{4}\cdot 20+15+10+5=45$ υπολογιστές

Δ4.

Ισχύει : $s^2=\frac{1}{\nu}\cdot\sum_{i=1}^{\nu}\left[(x_i-\bar{x})^2\cdot\nu_i\right]=\frac{1}{50}\cdot 800=16$

Τότε $s^2=16$ και $s=\sqrt{s^2}=4$, τότε $CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{4}{14}\simeq 0,28=28\%>10\%$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Δ5.

Έστω y_i είναι οι χρόνοι των υπολογιστών, τότε αυτοί είναι ταχύτεροι κατά 20%, άρα

$y_i=x_i-\frac{20}{100}\cdot x_i=x_i-0,2x_i=0,8x_i$

Τότε $\bar{y}=0,8\bar{x}=0,8\cdot 14=11,2$

$s_y=|0,8|s_x=0,8\cdot 4=3,2$

Άρα $CV_y=\frac{s_y}{\bar{y}}=\frac{3,2}{11,2}\simeq 0,28=28\%$

Οπότε ούτε το καινούριο δείγμα είναι ομοιογενές.