

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΕΠΑΛ Α΄ΟΜΑΔΑΣ****ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ****ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Σχολ. Βιβλίο «Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής» – σελ. 31

**A2)** α)  $\Lambda$  β)  $\Sigma$  γ)  $\Sigma$

**A3)** α)  $(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$  β)  $(\sin x)' = -\eta \mu x$

γ) 
$$\bar{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_v w_v}{w_1 + w_2 + \dots + w_v}$$

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$$

Άρα  $\kappa = 3$  και οι βαθμοί είναι : 4,3,5,6,7,4,6,5,6,4

**B2.**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v t_i}{v} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10}$$

Άρα  $\bar{x} = 5$

**B3.**

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{1}{10} [(4-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2]$$

$$s^2 = \frac{1}{10} (1+4+1+4+1+1+1+1) = \frac{14}{10} = 1,4$$

**B4.**

$$s^2 = 1,4 \Leftrightarrow s = \sqrt{1,4} \approx 1,18$$

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{1,18}{5} = 0,236 = 23,6\%$$

## ΘΕΜΑ Γ

### Γ1.

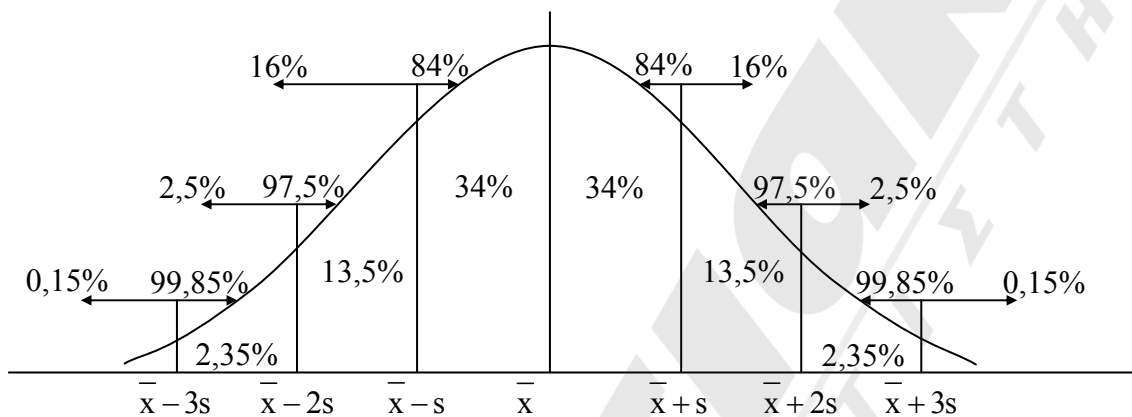
Η κατανομή είναι περίπου κανονική. Επομένως η διάμεσος  $\delta$  αντιστοιχεί στο 50% των παρατηρήσεων.

Άρα  $\delta = 40$  και επειδή  $\bar{x} = \delta$ , άρα  $\bar{x} = 40$ .

### Γ2.

Το 16% των παρατηρήσεων αντιστοιχεί στο  $\bar{x} - s$ .

Άρα  $\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow s = \bar{x} - 35 = 40 - 35 = 5$ .



### Γ3.

$$\bar{x} = 40$$

$$\bar{x} - s = 35$$

$$\bar{x} - 2s = 30$$

$$\bar{x} + s = 45$$

$$\bar{x} + 2s = 50$$

Άρα πάνω από 45 έτη έχω το 16% των παρατηρήσεων.

$$\text{Επομένως } \frac{16}{100} V = \frac{16}{100} 400 = 64 \text{ εργαζόμενοι.}$$

### Γ4.

Από 30 έως 45 ετών έχουν το  $68\% + 13,5\% = 81,5\%$  των εργαζομένων.

$$\text{Άρα } \frac{81,5}{100} \cdot 400 = 326 \text{ εργάτες.}$$

**ΘΕΜΑ Δ**
**Δ1.**

$$f'(x) = \left( -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \right)' =$$

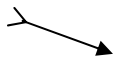


$$= -\frac{1}{3}3x^2 + 4x - 3$$

$$= -x^2 + 4x - 3$$

$$= -(x-1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0, \quad x = 1, \quad x = 3$$

	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$-x^2 + 4x - 3$	-	0	+	0	-

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

T.E.

T.M.

**Μονοτονία**

για  $x \in (-\infty, 1]$  η  $f$  γνησίως φθίνουσα

για  $x \in [1, 3]$  η  $f$  γνησίως αύξουσα

για  $x \in [3, +\infty)$  η  $f$  γνησίως φθίνουσα

**Δ2.**

Για  $x = 1$  η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο το  $f(1) = -\frac{1}{3} \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 1 = -\frac{1}{3}$ 

Για  $x = 3$  η  $f$  παρουσιάζει μέγιστο το  $f(3) = -\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = 1$

**Δ3.**

$$\varepsilon: y = x + 2017 \quad \lambda_{\varepsilon} = 1$$

Αν  $M(x_0, f(x_0))$  το σημείο επαφής της  $C_f$  με την εφαπτομένη πρέπει :

$$f'(x_0) = \lambda_{\varepsilon} = 1 \Leftrightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 4 = 0 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 0$$

$$x_0 = 2$$

$$\text{Άρα } M(2, f(2))$$

$$f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = \frac{1}{3}$$

$$\text{Επομένως } M\left(2, \frac{1}{3}\right)$$

**Δ4.**

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$$

$$f'(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$$f''(x) = -2x + 4$$

$$\text{Άρα } y = -2x + 4$$

$$s_x = 3 \text{ ισχύει } y_i = -2x_i + 4 \text{ και } s_y = |-2|s_x$$

$$s_y = 2 \cdot 3 = 6$$